**מעבדה בבינה מלאכותית – תרגיל מספר 1**

רקע:

בתרגיל זה בדקנו את היכולת לפתור את המשחק RUSH HOUR באופן מיטבי.

לצורך הפתרון, השתמשנו באלגוריתם A\*, זאת מכיוון שבמשחק זה כמות המצבים האפשריים הפוטנציאלית גדולה מאוד, ואלגוריתם \*A מאפשר חסכון גדול בזמן הריצה בעקבות יכולת ה-CUTOFF.

המימוש התבצע בשפת פייתון (נבדק בגרסה 3.7), הורץ בעזרת CMD על מחשב 10 WINDOWS והשתמש כקלט בקובץ החידות הנתון.

היוריסטיקות שנבחרו:

1. מספר המשבצות התפוסות, החוסמות את הדרך ליציאה עבור המכונית האדומה.  
   כלומר, אם קיימות 3 מכוניות אשר חוסמות את הדרך ליציאה, אזי היוריסטיקה תשער 3.  
   בעצם, יוריסטיקה זו סופרת את מספר המכוניות אשר חוסמות את הדרך ליציאה. הסיבה שנבחרה יוריסטיקה זו, היא מכיוון שניתן להניח שככל שקיימות מכוניות מעטות יותר החוסמות את היציאה, אנו מתקרבים לפתרון החידה.  
   כמובן שייתכנו מצבים אשר בהם נאלץ להגדיל את כמות המכוניות החוסמות על מנת להגיע לפתרון, אך הנטייה הבסיסית היא לשאוף להתקרב ככל הניתן אל עבר היציאה וכן לפנות את הדרך באופן מוקדם ככל הניתן (על מנת לחסוך בצעדים לפתרון) – על כן, ככל שיש פחות מכוניות חוסמות, סביר שאנו מתקרבים לפתרון.  
   נשים לב כי יוריסטיקה זו אכן אדמיסבלית. זאת מכיוון שעבור כל מכונית חוסמת, נידרש לכל הפחות ל-2 צעדים על מנת לשחרר את המכונית האדומה (צעד אחד על מנת להזיז את המכונית החוסמת מהדרך וצעד נוסף להזזת המכונית האדומה) אך אנו סופרים אותה כ-1 ועל כן היוריסטיקה תמיד תהיה קטנה או שווה לכמות הצעדים האמיתית הנדרשת.  
   היוריסטיקה גם מונוטונית.
2. מספר המשבצות התפוסות החוסמות את הדרך ליציאה עבור המכונית האדומה, בתוספת גודל המכונית אשר במשבצת חוסמת.  
   כלומר אם קיימת משאית ומכונית אשר חוסמות את היציאה, אזי היוריסטיקה תשער 3+2+2=7, שכן המשאית בגודל 3, המכונית בגודל 2 ובנוסף יש 2 משבצות חסומות בדרך החוצה.  
   הסיבה שנבחרה יוריסטיקה זו היא מתוך הנחה שבעבור כלי רכב "גדולים" יותר, תנועתם במרחב (בייחוד בחידות מתקדמות) תהיה מוגבלת יותר והם יחייבו פינוי רב יותר של הלוח על מנת לפנות את דרכן לטובת המכונית האדומה – כלומר יידרשו יותר צעדים על מנת להגיע לפתרון.  
   יוריסטיקה זו אינה אדמיסבילית. נקח דוגמא מנוונת שבה משאית אחת בלבד משתתפת במשחק והיא חוסמת את הדרך למכונית האדומה, אזי ניתן לנצח במשחק ב-2 צעדים – צעד אחד להזזת המשאית וצעד נוסף להוצאת המכונית האדומה. אבל היוריסטיקה שערה פתרון בגודל 3, כלומר אינה אדמיסבילית.

* יוריסטיקה שנפסלה – רצינו להתחשב במרחק של המכונית האדומה מנקודת היציאה, אולם מכיוון שניתן לבצע "צעד" של מספר משבצות במכה אחת, אזי למרחק מהיציאה אין משמעות, ובכלל למשבצות ריקות בדרך גם אין משמעות – המכונית אדומה תוכל לצאת בצעד בודד, ברגע שהדרך בינה לבין היציאה פנויה, ללא קשר למרחקה מהיציאה.

הערה:

* נשים לב שהיוריסטיקות המפורטות, מבטיחות שכל משבצת החוסמת את דרכה של המכונית האדומה ליציאה מהווה כלי רכב שונה.  
  זאת מכיוון שאם היה מדובר באותו כלי רכב (כלומר כלי רכב מאוזן), אז משמעות הדבר היה שקיים כלי רכב מאוזן החוסם את יציאתה של המכונית אדומה והחידה לא הייתה ניתנת לפתרון.

נתוני היוריסטיקות השונות

ראשית נסתכל על נתוני הפתרון שהתקבלו עבור כל אחת מהיוריסטיקות, ללא מגבלה כלשהי:

ניתן לראות באופן ראשוני, כי היוריסטיקה השנייה נותנת תוצאות מעט טובות יותר – נתייחס לכך בסיכום.  
בנוסף, מחיתוך זמני הפתרון ביוריסטיקה מספר 2, החלטנו לבחור בפרק זמן של 13 שניות לפתרון חידה.  
נימוקי הבחירה:

* מעבר ל-13 שניות, תוספת הזמן עבור הצלחה מגדילה באופן ניכר את זמן ההמתנה לפתרון, אשר בתורה מגדילה גם את זמן הפתרון הממוצע.
* הגדלת זמן הפתרון על מנת לכלול עוד פתרון אחד נוסף, תוסיף כ-4 שניות, זאת מכיוון שפתרון חידה 14 לוקח בין 16 ל17 שניות (תלוי בהרצה) ועל מנת להבטיח את הצלחתו, היינו נדרשים להגדיל את זמן הפתרון ל-17 שניות – כלומר גידול של יותר מ-20% (!) עבור תוספת של חידה בודדת.
* קיימות חידות רבות אשר נפתרות בטווח הזמן שבין 9-12 שניות ועל כן בחירת פרק זמן הקטן מ-13 פוגע משמעותית בכמות החידות שנפתרות.

סטטיסטיקת התוצאות:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | יוריסטיקה 1 | יוריסטיקה 2 |
| חידות שנפתרו ללא מגבלת הזמן | 40 | 40 |
| מגבלת הזמן (בשניות) | 13 | 13 |
| חידות שנפתרו במגבלת הזמן | 36 | 38 |
| זמן ממוצע לפתרון חידה | 5.477 | 4.334 |
| Branching Factor ממוצע | 8.713 | 8.660 |
| ממוצע ערך הפונקציה | 2.068 | 6.904 |
| יחס החדירה d/N | 0.0178 | 0.0216 |
| מספר הצמתים N | 2132 | 1942 |
| עומק מינימלי ממוצע | 21.625 | 17.525 |
| עומק ממוצע ממוצע | 23.216 | 21.829 |
| עומק מקסימלי ממוצע | 24.55 | 25.275 |

ניתן לראות שעבור יוריסטיקה 1, ערך הפונקציה הממוצע הוא נמוך מאוד, 2~ והדבר הגיוני בהתחשב בכך שהפונקציה משערת מרחק זהה לכמות המשבצות החסומות – ברור שגם לאורך חידה קשה או משחק מורכב, היוריסטיקה תמשיך להעריך כמות צעדים נמוכה מאוד.  
לעומת זאת, יוריסטיקה 2 לוקחת בחשבון שיידרשו צעדים רבים בהתחשב במגבלה של כלי הרכב החוסם ולכן גדולה ביותר מפי 3, 7~.

ניתן גם לראות שעבור יוריסטיקה 2 מקבלים עץ אשר עומקו המינימלי נמוך יותר ועומקו המקסימלי עמוק יותר, כלומר מתבצע חיתוך מוקדם ויעיל יותר ובנוסף מצליחים לחפש יותר לעומק במקומות המתאימים.

נשים לב שה-Branching factor אינו משתנה כמעט, והדבר אינו מפתיע שכן ליוריסטיקה שנבחרת אין השפעה על אופציות התזוזה הקיימות במשחק.

באופן כללי – הזמן הממוצע לפתרון בעזרת יוריסטיקה 2 קצר בכשנייה, המהווה כ-20% - שיפור משמעותי!

תוצאות בהתפלגות לפי רמות קושי:

חידות 1-10:   
קל לראות שחידות ברמת הקושי הראשונה בה 80% מהחידות נפתרו בזמן הקטן משנייה אחת.  
גם כמות הצעדים לפתרון קטנה באופן יחסי ועל כן הדבר לא מפתיע.  
עם זאת, חידות 7 ו-10 לקחו זמן רב יותר בהבדל משמעותי מסיבות שלא הצלחנו לנתח ולהסביר.

חידות 11-40:  
נשים לב כי מלבד החידות 14 ו-25, התפלגות מהירות פתרון החידות, בשלושת רמות קושי אלו, יחסית דומה ב**סגנונה** (כלומר במגוון הזמנים לפתרון, אך כמובן לא בזמן האבסולוטי).  
כצפוי, זמן הפתרון הממוצע ברמת ה- Intermediateנמוך מזמן הפתרון הממוצע עבור הרמות המתקדמות יותר, אולם ניתן לראות שעבור שלושת הרמות קיימות חידות אשר נפתרו בזמן קצר מאוד, וישנן חידות אשר נפתרו בזמן ארוך יותר.  
הפרשי הזמנים לפתרון אינם זניחים ונעים בין פי 10 לפי 30 בין הזמן הנמוך בקבוצה לזמן הגבוה בקבוצה.  
  
יש לציין כי אין קורלציה ברורה בין כמות הצעדים לפתרון ובין זמן הפתרון. התוצאות תומכות באופן חלקי בלבד שחידה אשר דורשת צעדים רבים – גם זמן הפתרון שלה רב יותר, וכיוון שהקשר אינו מובהק, החלטנו שאין זו הסיבה לתוצאות אלו.

השערה אחת לגבי הזמנים הקצרים הינה שסידור הצמתים בעץ וסדר פתיחתם היה הנכון כבר בחיפושים הראשונים ועל כן הוביל במהרה לפתרון.  
אופציה נוספת היא שייתכן שעל אף שחידה מוגדרת "'קשה" עבור בני-אדם, בפועל חיפוש הפתרון ע"י האלגוריתם אינו שונה מהחידות הקלות יותר.  
  
תוצאה נוספת שנרצה לשים לב אליה היא התפלגות התוצאות בין רמת ה-Advanced לבין רמת ה-Expert אשר הינו מפתיע במבט ראשון, שכן הצפי היה שיתקבל גרף זמנים במגמת עלייה מהרמה הקלה ביותר לרמה הקשה ביותר.  
במחשבה אוחרת ניתן להניח שדמיון התוצאות בין המצבים קשור לעומס הגדול יותר על הלוח – כלומר, כמות המכוניות הגדולה אשר מגבילה את התנועה ואפשרויות המשחק, בעצם מצמצמת את כמות המהלכים האפשריים ומאפשרת חיפוש מהיר יותר תחת כל המצבים.

פתרונות החידות, כפי שנפתרו בעזרת יוריסטיקה 2:

1. CL3 OD3 AR2 PU1 BU1 RL2 QD2 XR5
2. EL1 PD2 OL2 CU2 XR1 AD1 OL1 BU1 XR5
3. OU2 PU3 AR3 BU1 CL2 OD3 XR2 BU3 XL3 OU3 AL1 PD3 AL2 OD3 XR6
4. OD3 XL1 AU3 XR1 OU3 RL2 QL3 PD3 XR5
5. EL1 GD1 FL3 EL2 QD2 AR1 PU1 RL1 OD3 XR5
6. RL2 OD2 PD2 XL1 EU3 DR1 FU1 RL1 QD1 XR6
7. FD2 CD4 DD2 BR2 EU1 XR2 AD4 XL3 ED1 BL3 DU2 EU1 XR6
8. AL3 CU1 BL2 DU2 EU2 XR3 IU2 QL1 PL1 GL1 OD3 XR3
9. OD1 XR1 PU3 QL1 DD2 XR1 AD1 BL1 CL1 EL2 FU2 XR4
10. CL1 XR2 OU1 QR2 BD4 XL2 DR1 AR1 PU2 QL3 OD1 CR1 EU4 FL1 HL1 OD2 XR5
11. OD3 XL1 BU2 QL1 EU3 RR1 QR1 BD3 XR1 OU3 QL3 PD2 AR3 PU2 QR3 OD3 XL1 BU4 XR1 OU3 QL3 ED2 RL3 PD3 XR5
12. BR2 PU1 QL2 CU3 RR3 QR2 PD3 BL1 CU1 XR3 AD1 BL2 PU3 QL3 RL3 OD3 XR3
13. DD2 ED1 XL3 OU1 FR1 GU3 KL1 FL1 HL1 OD3 CD1 BR2 GU1 DU3 FL1 HL1 CD2 XR6
14. Failed
15. IR1 QD1 HR1 RD1 XL2 EU1 FU1 GL2 OD1 PD1 DR2 AL1 EU2 BR1 FU2 XR2 RU1 HL1 IL1 PD1 QU1 HL1 IL1 OD1 XR4
16. GR4 FD2 PD1 DD2 XL3 EL2 CD1 BR1 PU3 GL2 QL2 CD3 QR2 FU1 GL2 PD3 XR3 PU3 QL1 OD3 XR3
17. BL1 FU2 GU2 PU2 QR3 RR3 DD2 OR2 ER1 XR1 AD4 EL1 XL1 BL1 DU4 QL2 GD1 ER1 XR1 AU2 RL3 FD2 QL1 PD2 XR5
18. RR3 DR3 QR2 PD1 XL1 BD4 CR1 AR1 XR1 PU3 QL3 OD2 CR3 AR3 OU2 QR3 PD3 XL1 BU4 XR1 PU3 QL3 RL3 OD3 XR5
19. DU2 XL2 AD1 BL1 JU1 FU1 OR2 EL2 AD3 ER2 XR2 DD4 EL2 BL2 XL2 AU4 ER2 XR2 DU2 OL3 FD1 XR4
20. CD1 BR2 DU2 EU1 QL3 PD1 EU1 FL3 CD1 ED1 XR6
21. PD2 XL1 QR2 BD4 XR1 AR1 PU3 QL3 OD2 AR3 OU2 QR3 PD3 XL1 BU4 XR1 PU3 RL3 QL3 OD3 XR5
22. BU1 GR1 XL1 AD3 XR1 BD1 OL3 PU1 EL1 HU2 QR2 AD1 DD1 GR1 EL3 PD2 CL3 HU2 PU2 ER4 AU1 FU1 DU1 QL3 PD3 XR5
23. QL2 DD1 EL1 PD1 OR1 AU1 XL3 AD1 OL2 PU1 ER1 DU1 QR3 CD1 AD1 BL3 AU1 DU2 EL4 CU1 FL1 QL2 PD3 OR2 AU1 CU1 FL3 CD1 DD2 XR6
24. CU1 DU2 XL2 FL1 AD2 BL1 EU2 GU2 OR3 HR4 AD2 XR2 FR2 DD4 CD4 BL2 FL2 XL2 AU4 FR2 XR2 CU3 OL2 GD1 XR4
25. Failed
26. OL1 DU2 GU1 HR1 ED1 RL1 CD3 XR1 AD1 OL2 PU1 RR2 AD3 XL1 RL2 CU4 HL1 GD1 RR3 EU1 FU1 XR1 AU3 HL3 FD1 RL2 PD3 XR4
27. PU2 ER1 OD2 CR2 BR2 DU2 XR1 AD4 XL1 DD2 BL3 CL3 DU2 OU2 EL4 OD2 DD2 CR3 DU2 XR1 ER1 AU3 EL1 FU1 RL2 PD3 RL1 OD1 XR5
28. QU1 GR2 FR2 CD1 AD1 OR3 DD1 PU1 EL3 AD1 BL1 QU1 RR1 PD2 BL3 AU1 PU2 ER3 CU1 DU1 FL2 PD3 OL3 AU1 XR3 DU1 PU2 GL2 RL2 QD2 XR3
29. BU2 ER1 GU3 EL1 HU1 RR3 CD1 DL1 FR2 AD3 DR1 OR1 XR1 CU4 DL1 XL1 AU3 RL3 HD1 ER1 FL3 GD3 EL2 PD3 BD2 OR2 AU1 XR3 AD1 OL2 BU2 XR3
30. DR1 FR1 ER1 CR1 OD3 XL1 AD1 PL2 QU3 DR1 FR1 BD3 DL1 QD2 PR2 AU1 XR3 OU3 CL1 EL1 AD4 CR1 OD1 PL3 QU2 DR1 XL2 BU4 FL1 DL1 QD3 XR5
31. AR1 DU2 XL1 QU2 FR3 QD2 XR1 DD4 AL1 XL1 QU3 EL3 QD3 BD1 CL1 PU1 FR1 BD1 XR3 QU3 ER1 DU3 EL1 QD3 AR1 DU1 XL3 BU1 QU2 FL4 QD2 BD1 XR3 QU2 RL3 PD2 XR3
32. BD1 CL1 PU3 FR1 KU1 HR4 DD1 EL1 OD3 KD1 FL1 PD1 CR1 BU1 XR3 OU3 ER1 DU3 EL1 OD3 AR1 DU1 XL3 BD1 CL1 PU1 FR1 KU1 OU2 HL4 OD2 KD1 FL1 PD3 CR1 BU1 XR6
33. BL1 PU3 ER1 GU3 QR1 ID1 DL1 EL2 HU3 FR3 ER2 GD2 QR2 RD3 BL1 HU1 XR3 AD1 BL2 RU3 DR1 IU3 DL1 RD3 BR2 AU1 IU1 XL3 GU2 RU2 FL4 RD2 GD2 XR3 RU1 QL3 GD1 EL1 PD3 XR3
34. XR1 AD1 RL3 BU1 PU1 HR1 DD1 CU1 QR3 EU1 IR1 AD3 XL1 EU2 QL3 DU2 FL3 DD2 PD1 QR1 BD1 RR3 EU1 XR1 AU4 XL1 ED1 RL2 PU1 QR2 IL1 FL1 ED3 QL3 CD2 DU1 HL1 PD3 XR1 AD1 RL1 BU1 XR5
35. PD1 AR1 GR1 KD1 QL1 BU1 FU3 EU2 GR3 DR3 ED2 BD1 AL1 PU1 QR3 OD3 XR1 KU4 XL1 OU3 QL3 PD1 AR1 BU1 EU2 DL4 GL4 ED2 FD3 BD1 AL1 PU1 QR3 OD3 AL2 BU1 XR3 KD2 AL1 OU3 QL1 PD3 XR3
36. DD1 RR1 OD1 PL1 AL1 QU1 CR1 RR2 XR1 EU3 RL1 QD1 AR1 PR1 OU1 RL2 DU1 GR4 DD1 RR2 OD2 PL1 AL1 QU1 RR1 ED3 RL1 QD1 BD3 AR1 PR1 XL2 CL2 OU2 RL2 DU3 FL1 GL1 QD2 RR2 OD3 PL1 DU1 XR5
37. GR1 QD1 XL1 BD1 CL2 PU1 OU1 RR2 BD2 XR1 QU1 GL1 BD1 RL2 OD1 CR1 AR1 DR1 QU2 RL1 EU3 RR1 QD2 AL1 CL1 OU1 RR2 BU1 GR1 QD1 DL1 XL1 BU2 RL2 FL2 HL1 PD3 OD2 CR2 BU1 EU1 XR1 QU1 GL1 HL1 OD1 XR5
38. OL1 RU2 ER1 GR1 CD2 BR2 DU1 FU1 QL3 CD1 EL1 RD1 OR1 DU1 XR1 AD3 XL1 DD1 OL3 RU1 ER1 CU1 QR3 FD1 DD1 BL3 DU1 AD1 CU2 EL4 DD1 GL1 RD2 OR3 CD1 BR4 DU2 XR1 ER1 AU4 EL1 FU1 QL2 RD1 XL1 FU1 GL3 CD1 FD1 XR6
39. RU1 IR2 HR2 CD2 AD1 OL3 RU1 ER1 BD3 EL2 RD1 OR3 AU1 XR3 AD1 OL1 RU1 ER2 DR2 GU4 FU4 DL2 EL1 RD1 OR1 AU1 XL3 AD2 OL1 RU1 ER1 BU3 EL1 RD1 OR1 AU2 CU2 HL4 CD1 IL4 AD1 OL1 RU1 ER1 BD3 EL1 RD3 OR1 AU1 XR6
40. PU1 IR1 ED1 QR3 FU1 CD2 HR1 OD3 AL1 DU1 XL3 BD1 DD1 AR3 DU1 XR2 CU3 XL1 OU3 HL1 FD1 QL3 PD1 AR1 EU4 QR2 XR1 CD3 XL1 ED1 AL1 PU1 QR1 FU1 HR1 OD3 XL1 DD1 AL3 BU1 DU1 EU1 XR1 OU1 HL1 FD1 GL1 IL1 QL1 PD3 XR5

השוואת תוצאות האלגוריתם לפתרון המוצע:

רוב הפתרונות זהים או דומים עד כדי סדר הפעולות בפתרון.  
ישנם גם פתרונות בהם מתבצעים יותר צעדים בכיוון מסוים מאשר הפתרון המוצע. הדבר אינו משפיע על יעילות שכן הוגדר כי ניתן לבצע ב"צעד" אחד התקדמות של מספר משבצות.  
  
עם זאת, ישנם פתרונות אשר ארוכים במספר צעדים מהפתרון המוצע.

אין בעובדה זו להחליט האם פתרון אחד יעיל מן האחר שכן קשה לדעת מה נדרש היה (מבחינת משאבים וזמן) על מנת להגיע לפתרון הקצר בצעד או שניים.  
כמו כן, הוגדר כי פתרון החידה הינו טוב יותר ככל שזמן הפתרון קצר יותר ועל כן אם התקבל פתרון בזמן המוקצב, אזי לטעמנו הדבר עדיף על פתרון בעל מספר צעדים מועט יותר אשר היה לוקח יותר זמן.

סיכום

נבחרו 2 יוריסטיקות בגישות שונות, אשר אחת מתבססת על גישה נאיבית ומינימליסטית ואילו האחרת לוקחת בחשבון את גודל כלי הרכב החוסמים כפקטור משפיע.

היה חשוב לנו לבחור גישות אשר נבדלות באדמיסביליות על מנת לנתח את ההבדלים בתוצאות.

בניתוח התוצאות זכינו בשתי מסקנות מעניינות –

1. על אף שהגישה האדמיסבילית אמורה הייתה להיות טובה יותר בציפיותינו, התוצאות הראו שלא כך הדבר. סביר להניח שהנ"ל קרה עקב הנחה אדמיסבילית מנוונת מאוד, אשר יצרה ערכים נמוכים בפונקציה ומפתח ערכים מצומצם.  
   ניתן להניח שגישה אדמיסבילית מוצלחת צריכה לאזן בין ערכים קטנים מהערך האמיתי, אך לא קטנים מדי כך שתיפגע יכולת האלגוריתם.
2. התפלגות התוצאות בקבוצות הקושי השונות (בעיקר בשלושת האחרונות) היו בניגוד גדול לציפיותנו. ציפינו לקבל גרף זמנים עולה בין כל קבוצת קושי עוקבת ובפועל התוצאות היו שונות לגמרי.  
   דנו בעניין תחת חלק התוצאות ועל כן לא נרחיב בשנית.  
   עם זאת, בדיעבד נכון היה לקחת בחשבון ש-"קושי", כפי שתפסנו אותו ברמות החידות, הינו מונח אנושי והשפעתו מורכבת מגורמים רבים ולא רק ממורכבות החידה, דבר אשר אינו משפיע על אלגוריתם מחשב ויכול להסביר במקצת את התוצאות שהתקבלו.

נספח לדו"ח המעבדה - רעיון לייצוג

תכננו לממש מבנה נתונים אשר ישמור את מצב הלוח באופן בינארי ע"י ייצוג של 3 ביטים למשבצת.  
צורת הייצוג:  
ביט ראשון – (0) דיווח על משבצת תפוסה  
 (1) דיווח על משבצת ריקה/המכונית האדומה (מובדל בעזרת הביט השלישי)  
ביט שני - (0) מכונית מאוזנת  
 (1) מכונית מאונכת  
ביט שלישי- (0) כלי רכב מסוג מכונית (גודל 2)  
 (1) כלי רכב מסוג משאית (גודל 3), או סימון המכונית האדומה, אם הביט הראשון הינו 1  
  
הסיבה לבחירה זו היא הרצון להקטין את גודל המידע הנשמר וע"י כך לאפשר גישה מהירה יותר ודרישות נמוכות לביצוע.  
על מנת להשתמש בשיטה זו, מתבצעת המרה ממצב הלוח בפורמט הנתון לפורמט הבינארי. (מספר זה מומר למספר דסימלי לצורך נוחות)  
בנוסף, מצורפת לכל מצב לוח מקודד גם תנועה אופטימאלית. הדבר מתבצע בצורה הבאה:  
כאשר המצב רק מצורף למבנה הנתונים – את התנועה מייצג 0.  
לאחר שמצאנו "ענף" למצב מקבל – אנו מקודדים את כל התנועות בדרך ומוסיפים אותם למצבי הלוח המתאימים.  
צורת הייצוג:  
ביטים 0-5 – מקודדים את הנקודה הימנית-תחתונה של המכונית שיש להזיז (מספרה הבינארי של הנקודה בלוח.  
ביטים 6-7 – מקודדים את כיוון התנועה לפי המילון : U=00 D=01 L=10 R=11  
ביטים 8-10 – מקודדים את מספר הצעדים בבינארי.  
  
כך, כאשר אנו מקבלים מצב שכבר נתקלנו בו בעבר, אנו מיד יודעים איזו תנועה היא האופטימאלית עבורנו ונחסך זמן רב. כמובן שבצורת שמירה שכזו, התנועה המתקבלת היא רלטיבית ללוח הנוכחי שכן לא קודדו שמות הרכבים אלא רק מקומם על הלוח.

על מנת לייעל את פעולת מבנה הנתונים, יצרנו מבנה נתונים נפרד עבור כל מספר כלי רכב שונה בלוח המשחק, כאשר הדבר המנחה הוא שמצב בלוח עם 10 רכבים פחות רלוונטי עבור פתרון לוח עם 8.  
  
קשה להעריך האם חישוב פשוט יותר של מצב הלוח היה משתלם גם בתוצאה הסופית, אל מול הצורך לקודד ולפרש את הלוח בכל מעבר ממבנה הנתונים לביצוע המהלך.